

METODOLOGÍA

El análisis factorial de datos ipsativos: un estudio de simulación

Carmen Ximénez Gómez y Carlos Calderón Carvajal
Universidad Autónoma de Madrid

En este trabajo se expone un resumen sobre cómo proceder para llevar a cabo un análisis factorial cuando los ítems tienen formato ipsativo. Los procedimientos clásicos de factorización no pueden emplearse puesto que la matriz de covarianzas es singular. Adicionalmente, se revisan los estudios publicados en la literatura previa sobre las condiciones óptimas para la factorización de datos ipsatizados y se presentan los resultados de un estudio de simulación que explora diferentes condiciones: tamaño de la muestra, complejidad del modelo y especificación del modelo (correcta vs incorrecta). Los resultados indican que la factorización de los datos ipsatizados ha de hacerse con precaución, en particular si se sospecha que el modelo está incorrectamente especificado e incluye un número menor de factores.

Factor analysis of ipsative data: A simulation study. This paper introduces a summary on how to proceed to conduct a factor analysis when the input data are ipsative. The classical factor analysis procedures cannot be used because the covariance matrix is singular. Additionally, previous research on the optimal conditions to conduct factor analysis for ipsatized data is reviewed, and the results of a simulation study are presented. The study includes conditions of sample size, model complexity, and model specification (correct vs. incorrect). The results suggest that researchers should be careful when factor analyzing ipsatized data, particularly if they suspect that the model is incorrectly specified and includes a smaller number of factors.

Las *medidas ipsativas* son aquellas en las que la suma de las puntuaciones para cada observación individual es una constante (Cattell, 1944). Expresado formalmente (Clemans, 1966), sea $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_p]'$ un vector columna de orden $p \times 1$ tal que:

$$\sum_{i=1}^p x_i = \mathbf{I}'\mathbf{x} = c \quad (1)$$

donde \mathbf{I} es un vector unidad de orden $p \times 1$ y c es una constante, entonces \mathbf{x} es un vector p -dimensional de datos con la propiedad ipsativa.

Las medidas ipsativas se utilizan muy comúnmente en Psicología. Por ejemplo, diversos tests de personalidad utilizan ítems con formato de rangos u ordenación en términos de preferencias. Uno de ellos es el conocido "Learning Style Inventory" de Kolb (1985), que ha sido ampliamente utilizado en contextos educa-

tivos y laborales (Loo, 1999). Consta de 12 ítems de tipo auto-informe que deben ordenarse en cuatro opciones de respuesta que se corresponden con cuatro estilos de aprendizaje: acomodado, divergente, asimilativo y convergente. Como resultado, la puntuación total de cada ítem para cada sujeto es la misma (en este caso: $1+2+3+4=10$).

Las *medidas normativas*, a diferencia de las ipsativas, no tienen esta propiedad. Por ejemplo, la mayoría de los tests utilizan formatos de respuesta tipo Likert donde los ítems se evalúan en escalas de acuerdo-desacuerdo con diferente número de puntos y las puntuaciones totales de los ítems difieren de unos sujetos a otros.

Aunque algunos tests recogen los datos directamente con medidas ipsativas, es frecuente encontrarse con que los datos ipsativos son consecuencia de la transformación de los datos originales (o pre-ipsativos). Esta transformación se denomina *ipsatización*. La razón de transformar los datos normativos en *datos ipsatizados* es para evitar el sesgo en la respuesta. Por ejemplo, la deseabilidad social (Gurwitz, 1987) o el falseamiento de respuestas que ocurre en los tests de personalidad y afecta a la validez de constructo (Stark, Chernyshenko, Chan, Lee y Drasgow, 2001). No obstante, diversos autores son reacios a la ipsatización, pues tiene la desventaja de que se pierde la información relativa a las diferencias inter-individuales (Hicks, 1970).

Existen tres formas de llevar a cabo la ipsatización: la transformación aditiva, multiplicativa y ordinal. En este trabajo nos centraremos únicamente en los datos ipsatizados de tipo aditivo (véase Chan, 2003; y Chan y Bentler, 1993, para más detalles sobre los otros tipos de transformaciones), en los que \mathbf{x} obtiene la propiedad ipsativa mediante la siguiente transformación:

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} - \mathbf{1}\bar{y} \tag{2}$$

donde \mathbf{y} hace referencia a las puntuaciones pre-ipsativas e \bar{y} al promedio individual: $\bar{y} = (y_1 + y_2 + \dots + y_p) / p$. La transformación de la ecuación (2) obtiene la propiedad ipsativa al cumplirse:

$$\mathbf{1}'\mathbf{x} = \mathbf{1}'(\mathbf{y} - \mathbf{1}\bar{y}) = \mathbf{1}'\mathbf{y} - \mathbf{1}'\mathbf{1}\bar{y} = \mathbf{1}'\mathbf{y} - p\bar{y} = 0 \tag{3}$$

Desde el punto de vista metodológico, la principal diferencia entre los datos normativos e ipsatizados reside en que no pueden analizarse mediante los mismos procedimientos. Por ejemplo, no es posible llevar a cabo un análisis factorial tradicional de los datos ipsatizados porque su matriz de covarianzas no es interpretable (Aitchison, 1986). Dado que $x_1 + x_2 + \dots + x_p = c$ (véase ecuación 1), para todo $i = 1, 2, \dots, p$ se cumple que:

$$\begin{aligned} cov(x_i, x_1 + x_2 + \dots + x_p) &= cov(x_i, c) = 0, \\ cov(x_i, x_1) + cov(x_i, x_2) + \dots + cov(x_i, x_p) &= 0 \end{aligned} \tag{4}$$

De la ecuación (4) se deduce que al menos una de las $p-1$ covarianzas es negativa, independientemente de si las variables correlacionan positiva o negativamente, dado que $var(x_i)$ es siempre positiva, y que esto ocurre en todas las filas y columnas de la matriz de covarianzas de \mathbf{x} , denominada Σ_x . Por tanto:

$$\Sigma_x \mathbf{1} = \mathbf{0}, \text{ o bien } \mathbf{1}' \Sigma_x = \mathbf{0}' \tag{5}$$

lo que implica que Σ_x y la matriz de covarianzas muestral S_x basada en una muestra de n observaciones que cumplen la propiedad ipsativa son matrices singulares y que, en consecuencia, no pueden factorizarse mediante los procedimientos clásicos y con los software comerciales tales como LISREL, AMOS o EQS.

El principal propósito del presente trabajo es resumir de una forma sencilla y abreviada los procedimientos de factorización para ítems ipsatizados. Adicionalmente, revisaremos los estudios que analizan las condiciones óptimas para llevar a cabo la factorización de datos ipsatizados en la literatura previa, los cuales son escasos. Por último, se presentan los resultados de un estudio de simulación que analiza condiciones que no se habían estudiado con anterioridad.

El modelo AFC para datos ipsatizados

El modelo AFC clásico, también denominado modelo de medida (Jöreskog y Sörbom, 1981), se expresa mediante:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\mu}_y + \mathbf{A}_y \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{6}$$

donde \mathbf{y} es un vector de p variables observadas, $\boldsymbol{\xi}$ un vector de q factores, \mathbf{A}_y la matriz $p \times q$ de saturaciones factoriales y $\boldsymbol{\varepsilon}$ el vector de p errores de medida. Asumiendo que $E(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{0}$, $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$ y $E(\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}') = \mathbf{0}$, la matriz de covarianzas de \mathbf{y} es:

$$\Sigma_y = E[(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_y)(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_y)'] = \mathbf{A}_y \boldsymbol{\Phi}_y \mathbf{A}_y' + \boldsymbol{\Psi}_y \tag{7}$$

donde $\boldsymbol{\Phi}_y$ es la matriz de covarianzas de los factores y $\boldsymbol{\Psi}_y$ la matriz de covarianzas de los errores de medida.

En la ecuación (2) ya definimos la transformación ipsativa de tipo aditivo que permite transformar las puntuaciones pre-ipsativas \mathbf{y} en las puntuaciones ipsatizadas \mathbf{x} . Si desarrollamos la ecuación (2) se llega a lo siguiente:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{I}(\mathbf{I}'\mathbf{I})^{-1}\mathbf{I}')\mathbf{y} = \mathbf{A}_y \tag{8}$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad de orden p y $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{I}(\mathbf{I}'\mathbf{I})^{-1}\mathbf{I}')$ la matriz de transformación.

Tradicionalmente, diversos autores se han mostrado en contra de llevar a cabo un análisis factorial con ítems ipsatizados debido a los problemas asociados a la matriz Σ_x (véase Dunlap y Cornwell, 1994). Sin embargo, Chan y Bentler (1993), basándose en el trabajo de Jackson y Alwin (1980) referido al análisis factorial exploratorio de ítems ipsativos, demostraron que es posible recuperar la estructura factorial normativa de un AFC analizando únicamente los ítems ipsatizados. El procedimiento propuesto por Chan y Bentler (1993) es para ítems ipsatizados de tipo aditivo y establece una conexión entre las ecuaciones (6) y (8) mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_x + \mathbf{A}\mathbf{A}_x\boldsymbol{\xi} + \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\mu}_x + \mathbf{A}_x\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta} \tag{9}$$

Comparando las ecuaciones (6) y (9) puede verse que se han impuesto dos re-parametrizaciones: una en la matriz de saturaciones (\mathbf{A}_x) y otra en la de los errores ($\boldsymbol{\delta}$). Por ejemplo, en un modelo de 6 variables y 2 factores las dos re-parametrizaciones son:

$$\mathbf{1}'\mathbf{A}_x = \mathbf{A}\mathbf{A}_y = \mathbf{A}_y - \bar{\mathbf{A}}_y = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ \lambda_{21} & 0 \\ \lambda_{31} & 0 \\ 0 & \lambda_{42} \\ 0 & \lambda_{52} \\ 0 & \lambda_{62} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 \\ \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 \\ \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 \\ \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 \\ \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 \\ \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} - \bar{\lambda}_1 & -\bar{\lambda}_2 \\ \lambda_{21} - \bar{\lambda}_1 & -\bar{\lambda}_2 \\ \lambda_{31} - \bar{\lambda}_1 & -\bar{\lambda}_2 \\ -\bar{\lambda}_1 & \lambda_{42} - \bar{\lambda}_2 \\ -\bar{\lambda}_1 & \lambda_{52} - \bar{\lambda}_2 \\ -\bar{\lambda}_1 & \lambda_{62} - \bar{\lambda}_2 \end{bmatrix} \tag{10}$$

donde $\bar{\lambda}_1 = (\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + 0 + 0 + 0) / 6$ y $\bar{\lambda}_2 = (0 + 0 + 0 + \lambda_{42} + \lambda_{52} + \lambda_{62}) / 6$. Esto implica que hay que imponer las cuatro siguientes restricciones en los parámetros \mathbf{A}_x :

- i. $\mathbf{A}_x(1,1) + \mathbf{A}_x(2,1) + \mathbf{A}_x(3,1) + \mathbf{A}_x(4,1) + \mathbf{A}_x(5,1) + \mathbf{A}_x(6,1) = 0$
 - ii. $\mathbf{A}_x(1,2) + \mathbf{A}_x(2,2) + \mathbf{A}_x(3,2) + \mathbf{A}_x(4,2) + \mathbf{A}_x(5,2) + \mathbf{A}_x(6,2) = 0$
 - iii. $\mathbf{A}_x(4,1) = \mathbf{A}_x(5,1) = \mathbf{A}_x(6,1)$
 - iv. $\mathbf{A}_x(1,2) = \mathbf{A}_x(2,2) = \mathbf{A}_x(3,2)$
- (11)

2. $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{I} - \mathbf{I}(\mathbf{I}'\mathbf{I})^{-1}\mathbf{I}'\boldsymbol{\varepsilon}$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,833\varepsilon_1 & -0,167\varepsilon_2 & -0,167\varepsilon_3 & -0,167\varepsilon_4 & -0,167\varepsilon_5 & -0,167\varepsilon_6 \\ -0,167\varepsilon_1 & 0,833\varepsilon_2 & -0,167\varepsilon_3 & -0,167\varepsilon_4 & -0,167\varepsilon_5 & -0,167\varepsilon_6 \\ -0,167\varepsilon_1 & -0,167\varepsilon_2 & 0,833\varepsilon_3 & -0,167\varepsilon_4 & -0,167\varepsilon_5 & -0,167\varepsilon_6 \\ -0,167\varepsilon_1 & -0,167\varepsilon_2 & -0,167\varepsilon_3 & 0,833\varepsilon_4 & -0,167\varepsilon_5 & -0,167\varepsilon_6 \\ -0,167\varepsilon_1 & -0,167\varepsilon_2 & -0,167\varepsilon_3 & -0,167\varepsilon_4 & 0,833\varepsilon_5 & -0,167\varepsilon_6 \\ -0,167\varepsilon_1 & -0,167\varepsilon_2 & -0,167\varepsilon_3 & -0,167\varepsilon_4 & -0,167\varepsilon_5 & 0,833\varepsilon_6 \end{bmatrix} \tag{12}$$

donde los errores ipsativos (δ) son combinación lineal de los errores normativos (ϵ).

Con estas dos re-parametrizaciones e imponiendo las restricciones correspondientes, pueden obtenerse las estimaciones de los parámetros y el ajuste del modelo AFC para las puntuaciones ipsatizadas. Adicionalmente, debido a que Σ_x es singular, ha de imponerse otro cambio más: la eliminación de una variable (por ejemplo, la última), con lo que en lugar de analizar Σ_x se analiza $\Sigma_x^* = K \Sigma_x K'$ (donde $K = [I, 0]$ es la matriz de selección). De esta forma puede llevarse a cabo el AFC con el método de estimación máxima verosimilitud (ML) mediante la sintaxis de los diferentes software comerciales (en el apéndice 3 del artículo de Chan y Bentler, 1993, pp. 245-246, aparece la sintaxis de EQS para este mismo ejemplo). Al eliminarse una variable, la forma de imponer las restricciones cambia. Continuando con el ejemplo anterior, pasa a ser:

$$\begin{aligned} A_x(1,1) + A_x(2,1) + A_x(3,1) + A_x(4,1) &= 0 \\ A_x(4,1) &= A_x(5,1) \\ A_x(1,2) = A_x(2,2) = A_x(3,2) & \end{aligned} \quad (13)$$

Nótese que en la primera columna de A_x no ha podido imponerse la restricción *iii* de la ecuación (11) porque la variable 6 ha sido eliminada. En cuanto a las restricciones *i* e *ii* solo pueden imponerse para la primera columna y de la forma en que aparece en la ecuación (13), pues sabemos que $A_x(4,1) = A_x(5,1) = A_x(6,1)$; sin embargo, no pueden establecerse para la segunda puesto que el modelo no incluye el parámetro $A_x(6,2)$. Dada la restricción de que las columnas de A_x han de sumar 0, éstas se obtienen sumando los cinco valores de las columnas correspondientes al valor estimado para A_x y cambiando el signo. El AFC con estas especificaciones proporciona todas las estimaciones excepto las de la variable eliminada.

Por último, dado que la solución del AFC para los datos ipsatizados no es interpretable, se pueden llevar a cabo cálculos externos para recuperar la estructura normativa a partir de la estructura obtenida para los datos ipsatizados. Esto se hace despejando de la fórmula de la ecuación (10): $A_y = A_x + \bar{A}_y$ (para una ilustración del procedimiento véase Chan, 2003, pp. 113-115).

Debido a la complejidad que conllevan los cálculos del procedimiento de Chan y Bentler (1993), Cheung (2004) planteó el método *DE*, que permite obtener la estructura factorial normativa de forma directa, sin necesidad de recuperarla mediante cálculos externos. El método *DE* plantea el modelo AFC como un modelo de segundo orden:

$$\eta = \mu + \Gamma \xi + \zeta \quad (14)$$

donde η son los p factores de primer orden, ξ los q factores de segundo orden, Γ la matriz de saturaciones de los factores de segundo orden y ζ los p errores de estimación asociados a los η . De esta forma, los parámetros estructurales contenidos en Γ corresponden a las saturaciones para el modelo AFC normativo y se obtienen directamente, sin necesidad de realizar cálculos externos para recuperarlas. El modelo de primer orden ($y = A_y \eta + \epsilon$) fija los parámetros A_y a los valores de la matriz A y estima libremente los de ϵ .

Siguiendo el método *DE*, el modelo del ejemplo anterior se formula como un modelo con 6 factores de primer orden y 2 factores de segundo orden (para más detalles véase la figura 1 del artículo de Cheung, 2004, p. 228). Como con el procedimiento anterior, es posible llevar a cabo el AFC mediante la sintaxis de diferentes

software (en el apéndice C del artículo de Cheung, 2004, pp. 239-240, aparecen las de EQS y LISREL para este mismo ejemplo). Las estimaciones obtenidas son equivalentes a las del procedimiento de Chan y Bentler (1993), aunque el método *DE* proporciona los errores típicos de forma directa.

Cheung (2006) planteó una extensión del método *DE* proponiendo que es posible recuperar la información relativa a las diferencias inter-individuales mediante la estimación de las puntuaciones factoriales de los factores de primer orden. De esta forma, las puntuaciones factoriales en las medidas ipsatizadas sirven como aproximación a las puntuaciones normativas y pueden emplearse en análisis posteriores (por ejemplo, en una regresión lineal). Asimismo, demostró la utilidad del procedimiento en un estudio de simulación en el que la recuperación de la información pre-ipsativa a partir de las puntuaciones factoriales ipsatizadas era satisfactoria.

Aunque los procedimientos de análisis factorial de ítems ipsativos e ipsatizados están bien definidos, apenas se han publicado estudios teóricos en la literatura previa que analicen las condiciones óptimas para llevar a cabo su factorización. Solamente se ha publicado el estudio de simulación de Chan y Bentler (1996), relativo a su procedimiento, que analiza el efecto del tamaño de la muestra, el número de indicadores por factor y el grado de ipsatización de los datos normativos (nulo, parcial o total) sobre la recuperación de los parámetros y la bondad de ajuste del modelo. Los resultados indicaron que la recuperación de parámetros fue satisfactoria pero, como cabía esperar, debido a los cambios en Σ_x , los errores típicos fueron mayores en la estimación de parámetros para datos ipsatizados. No se hallaron diferencias en cuanto a bondad de ajuste aunque la convergencia se vio afectada por todas las condiciones consideradas.

Hasta el momento no se han publicado estudios de simulación posteriores que hayan puesto a prueba otras condiciones diferentes y el estudio de Chan y Bentler (1996) es limitado, pues se refiere únicamente a modelos de dos factores con 3, 4 y 6 indicadores. En el siguiente apartado se exponen los resultados de un nuevo estudio de simulación, referido al método *DE*, que examina los efectos de un número más amplio de condiciones y, en particular, incorpora como novedad el análisis de modelos incorrectamente especificados, lo cual constituye una condición más realista pues en la práctica es difícil trabajar con modelos factoriales poblacionales que obtengan un ajuste perfecto.

Estudio de simulación

El presente estudio pretende extender la investigación previa en cuanto al análisis de las condiciones que afectan a la recuperación de parámetros y bondad de ajuste en el AFC de datos normativos frente al de los datos ipsatizados. Basándonos en el diseño del estudio de Chan y Bentler (1996), hemos explorado una serie de condiciones relativas al diseño de modelos AFC de tres factores. Adicionalmente, el estudio no se refiere al procedimiento de Chan y Bentler (1993) sino al método *DE* de Cheung (2004).

Método

El diseño del estudio consta de cuatro variables independientes: tipo de datos, D (normativos versus ipsatizados), especificación del modelo, E (correcta versus incorrecta), tamaño de la muestra, N (100, 300, 500 y 1.000 observaciones) y número de indicadores por factor, I (3, 4 y 6). Se trata de un diseño factorial $2 \times 2 \times 4 \times 3$

con dos factores intra-sujetos (*D* y *E*) y dos factores inter-sujetos (*N* e *I*). Se definen tres estructuras factoriales teóricas basadas en el estudio de Chan y Bentler (1996), que incluyen 9, 12 y 18 variables observadas normales y tres factores. Los valores teóricos de cada estructura se muestran en la tabla 1.

La forma de introducir error en el modelo es mediante la omisión de un factor debido a que la investigación previa ha demostrado que es un tipo de error que produce una gran distorsión en la recuperación de parámetros (Fava y Velicer, 1996; Ximénez, 2009). Al igual que en el estudio de Chan y Bentler (1996), los parámetros fueron estimados mediante el método ML. La figura 1 muestra una representación de los modelos estimados. Las líneas continuas indican la especificación de los modelos correctos y las discontinuas la de los modelos incorrectos, los cuales incluyeron dos factores en lugar de tres.

Las matrices de saturaciones de la tabla 1 se tomaron como base para simular las matrices de covarianzas en cada tamaño muestral. Para cada condición se simularon 500 matrices y se llevó a cabo el AFC correspondiente. Estos análisis se realizaron mediante el programa EQS, utilizando la sintaxis del método *DE*.

Las variables dependientes fueron la recuperación de las saturaciones normativas e ipsatizadas, la bondad de ajuste y los errores típicos (*ET*). La recuperación se estudió mediante el índice de congruencia, *IC* de Tucker (1951):

$$IC_k = \frac{\sum_{i=1}^p \lambda_{ik(t)} \lambda_{ik(e)}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^p \lambda_{ik(t)}^2\right) \left(\sum_{i=1}^p \lambda_{ik(e)}^2\right)}} \quad (15)$$

donde *p* es el número de variables que definen el factor *k*, $\lambda_{ik(t)}$ es la saturación teórica para la variable observada *i* en el factor *k* y $\lambda_{ik(e)}$ la correspondiente saturación estimada. Siguiendo las indicaciones de MacCallum, Widaman, Preacher y Hong (2001), valores de *IC* por encima de 0,98 indican una excelente recuperación; entre 0,98 y 0,92, buena; entre 0,92 y 0,82, límite; de 0,82 a 0,68, pobre; y por debajo de 0,68, terrible.

En cuanto a la bondad de ajuste se empleó el índice *RMSEA*:

$$RMSEA = \sqrt{\frac{[\chi^2 / (n-1)] - [df / (n-1)]}{df}} \quad (16)$$

donde χ^2 es el test de bondad de ajuste y *df* sus grados de libertad. Siguiendo las indicaciones de Browne y Cudeck (1993), valores de *RMSEA* por debajo de 0,05 indican un buen ajuste; entre 0,05 y 0,08, moderado; entre 0,08 y 0,10, mediocre; y por encima de 0,10, inaceptable.

Siguiendo la recomendación de Skrondal (2000), se utilizó un modelo sencillo para analizar los resultados que solo incluye el efecto principal de cada factor y la doble interacción sobre la variable dependiente (*VD*):

$$VD = \mu + D + E + N + I + D^*E + D^*N + D^*I + E^*N + E^*I + N^*I \quad (17)$$

Para contrastar los efectos incluidos en cada modelo se llevaron a cabo análisis de varianza. Los resultados incluyen las pruebas de significación estadística para cada uno de los efectos y también las de significación práctica, medidas mediante el estadístico η^2 . También se realizaron comparaciones múltiples para los efectos

Tabla 1
Valores teóricos de los modelos estimados

	Modelo 1				Modelo 2				Modelo 3			
	F1	F2	F3	ψ_{ii}	F1	F2	F3	ψ_{ii}	F1	F2	F3	ψ_{ii}
X ₁	1,0	0,0	0,0	1,0	1,0	0,0	0,0	1,0	1,0	0,0	0,0	1,0
X ₂	2,0	0,0	0,0	4,0	2,0	0,0	0,0	4,0	1,0	0,0	0,0	1,0
X ₃	3,0	0,0	0,0	9,0	0,0	1,0	0,0	1,0	2,0	0,0	0,0	4,0
X ₄	0,0	1,0	0,0	1,0	0,0	2,0	0,0	4,0	0,0	1,0	0,0	1,0
X ₅	0,0	2,0	0,0	4,0	0,0	0,0	1,0	1,0	0,0	1,0	0,0	1,0
X ₆	0,0	3,0	0,0	9,0	0,0	0,0	2,0	4,0	0,0	2,0	0,0	4,0
X ₇	0,0	0,0	1,0	1,0	3,0	0,0	0,0	9,0	0,0	0,0	1,0	1,0
X ₈	0,0	0,0	2,0	4,0	4,0	0,0	0,0	16,0	0,0	0,0	1,0	1,0
X ₉	0,0	0,0	3,0	9,0	0,0	3,0	0,0	9,0	0,0	0,0	2,0	4,0
X ₁₀					0,0	4,0	0,0	16,0	2,0	0,0	0,0	4,0
X ₁₁					0,0	0,0	3,0	9,0	3,0	0,0	0,0	9,0
X ₁₂					0,0	0,0	4,0	16,0	3,0	0,0	0,0	9,0
X ₁₃									0,0	2,0	0,0	4,0
X ₁₄									0,0	3,0	0,0	9,0
X ₁₅									0,0	3,0	0,0	9,0
X ₁₆									0,0	0,0	2,0	4,0
X ₁₇									0,0	0,0	3,0	9,0
X ₁₈									0,0	0,0	3,0	9,0

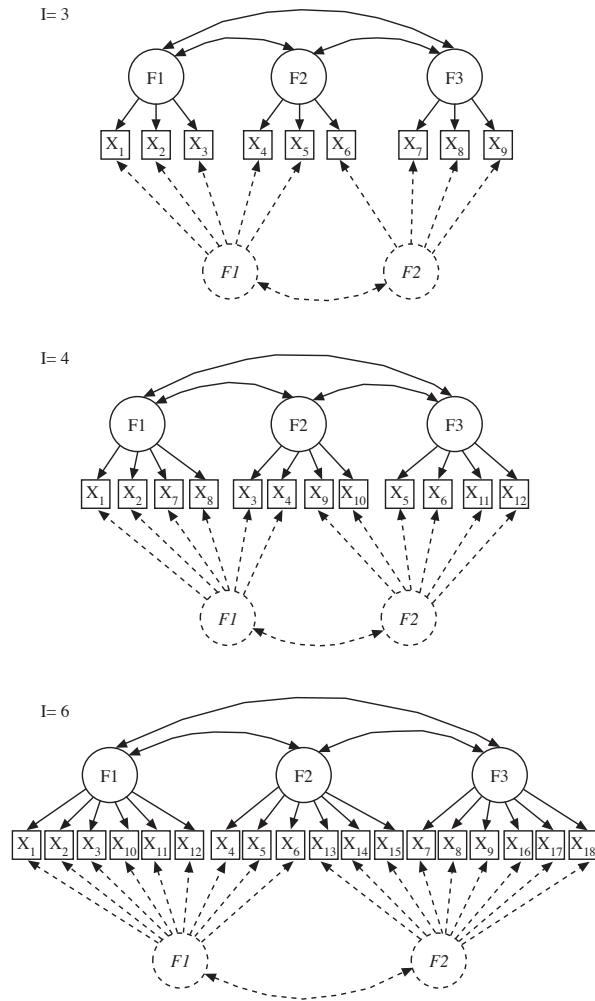


Figura 1. Modelos estimados
El modelo correctamente especificado aparece representado en línea continua y el incorrecto en línea discontinua

que resultaron estadísticamente significativos. Estos análisis se llevaron a cabo con el programa SPSS 19.

Resultados

En términos de convergencia y casos Heywood, no se produjo ninguna solución inadecuada en el modelo correctamente especificado salvo para la condición de datos ipsatizados con $I=3$ y $N=100$, donde hubo un 23% de casos Heywood. En el modelo incorrecto se produjo un patrón similar, aunque hubo un mayor número de casos Heywood y éstos aparecieron en todos los modelos con $N=100$. Las soluciones inadecuadas fueron eliminadas en posteriores análisis.

Los resultados relativos a la recuperación de saturaciones factoriales se muestran en las tablas 2 y 3. Como puede verse, los mayores efectos encontrados fueron los de E ($\eta^2=0,83$), D ($\eta^2=0,79$) y la interacción $E*D$ ($\eta^2=0,78$). La figura 2A muestra estos efectos en más detalle. Los resultados indican que cuando el modelo es correcto, la recuperación es satisfactoria tanto para los datos normativos como para los ipsatizados, mientras que si es incorrecto, la recuperación es satisfactoria en datos normativos y pobre en datos ipsatizados.

Los resultados relativos a la bondad de ajuste también encontraron los mayores efectos para E , D y $E*D$, aunque las variables N e I produjeron un efecto. Los gráficos de la figura 2B, 2C y 2D indican que, como cabía esperar, la bondad de ajuste solo es aceptable cuando el modelo es correcto y es inaceptable para todas las condiciones del modelo incorrectamente especificado, aunque los resultados son ligeramente mejores para los datos ipsatizados y los modelos con un número mayor de variables. También se analizaron los resultados en términos de potencia calculando la proporción empírica de rechazo (PER) de cada uno de los modelos con el test χ^2 y $\alpha=0,05$ (por brevedad, no se han incluido estas tablas ni las de la convergencia pero pueden solicitarse a los autores). Los resultados para los modelos correctos indicaron que los valores PER se mantuvieron en torno al valor de α en todas las condiciones salvo en la de $N=100$ e $I=6$, mientras que en los modelos incorrectos ob-

N	I	IC												RMSEA				ET							
		Correcto						Incorrecto						Correcto		Incorrecto		Correcto		Incorrecto					
		Nor.		Ips.		Nor.		Ips.		Nor.		Ips.		Nor.		Ips.		Nor.		Ips.		Nor.		Ips.	
		M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
100	3	.99	.01	.98	.01	.96	.02	.74	.14	.02	.02	.02	.03	.14	.02	.10	.03	.29	.01	.52	.33	.29	.01	.47	.25
	4	.99	.01	.98	.01	.96	.02	.77	.17	.02	.02	.02	.02	.13	.02	.11	.02	.34	.01	.44	.05	.35	.01	.43	.13
	6	.99	.00	.99	.00	.97	.02	.83	.15	.03	.02	.02	.02	.11	.01	.09	.01	.26	.00	.33	.03	.27	.01	.31	.06
300	3	.99	.00	.99	.01	.97	.01	.78	.06	.01	.02	.01	.02	.14	.01	.11	.01	.17	.00	.27	.03	.17	.00	.24	.03
	4	.99	.00	.99	.00	.97	.01	.81	.14	.01	.01	.01	.01	.13	.01	.11	.01	.20	.00	.25	.01	.20	.00	.25	.02
	6	.99	.00	.99	.00	.97	.01	.85	.10	.01	.01	.01	.01	.11	.01	.08	.01	.15	.00	.19	.01	.16	.00	.18	.01
500	3	.99	.00	.99	.03	.97	.01	.79	.04	.01	.01	.01	.01	.14	.01	.11	.01	.13	.00	.21	.02	.13	.00	.19	.01
	4	.99	.00	.99	.00	.98	.01	.83	.10	.01	.01	.01	.01	.13	.01	.11	.01	.15	.00	.20	.01	.16	.00	.19	.01
	6	.99	.00	.99	.00	.98	.01	.87	.07	.01	.01	.01	.01	.11	.00	.08	.01	.12	.00	.15	.00	.12	.00	.14	.00
1000	3	.99	.00	.99	.00	.98	.01	.79	.02	.01	.01	.01	.01	.14	.01	.11	.01	.09	.00	.15	.01	.09	.00	.13	.00
	4	.99	.00	.99	.00	.98	.00	.84	.08	.00	.01	.00	.01	.13	.01	.11	.01	.11	.00	.14	.00	.11	.00	.13	.00
	6	.99	.00	.99	.00	.98	.00	.88	.03	.00	.01	.00	.01	.11	.00	.09	.00	.08	.00	.10	.00	.09	.00	.10	.00

Donde *Nor.*: normativo e *Ips.*: ipsatizado

Tabla 3
Resultados de los ANOVA para cada variable dependiente considerada en el estudio

Efecto	gl	IC			RMSEA			ET		
		F	p	η^2	F	p	η^2	F	p	η^2
D	1	20566,745	<0,001	0,785	77390,519	<0,001	0,932	11363,821	<0,001	0,668
E	1	28235,726	<0,001	0,834	153507,278	<0,001	0,965	306300,600	<0,001	0,982
N	3	162,940	<0,001	0,080	1202,800	<0,001	0,390	125,906	<0,001	0,063
I	2	146,805	<0,001	0,050	1030,225	<0,001	0,268	1011,065	<0,001	0,264
D*E	1	19788,295	<0,001	0,778	61299,765	<0,001	0,916	16077,711	<0,001	0,740
D*N	3	54,667	<0,001	0,028	39,816	<0,001	0,021	33,730	<0,001	0,018
D*I	2	157,765	<0,001	0,053	29,289	<0,001	0,010	321,025	<0,001	0,102
E*N	3	52,948	<0,001	0,027	277,648	<0,001	0,129	412,253	<0,001	0,180
E*I	2	145,151	<0,001	0,049	513,776	<0,001	0,154	2039,735	<0,001	0,420
N*I	6	2,233	0,037	0,002	15,902	<0,001	0,017	22,332	<0,001	0,023

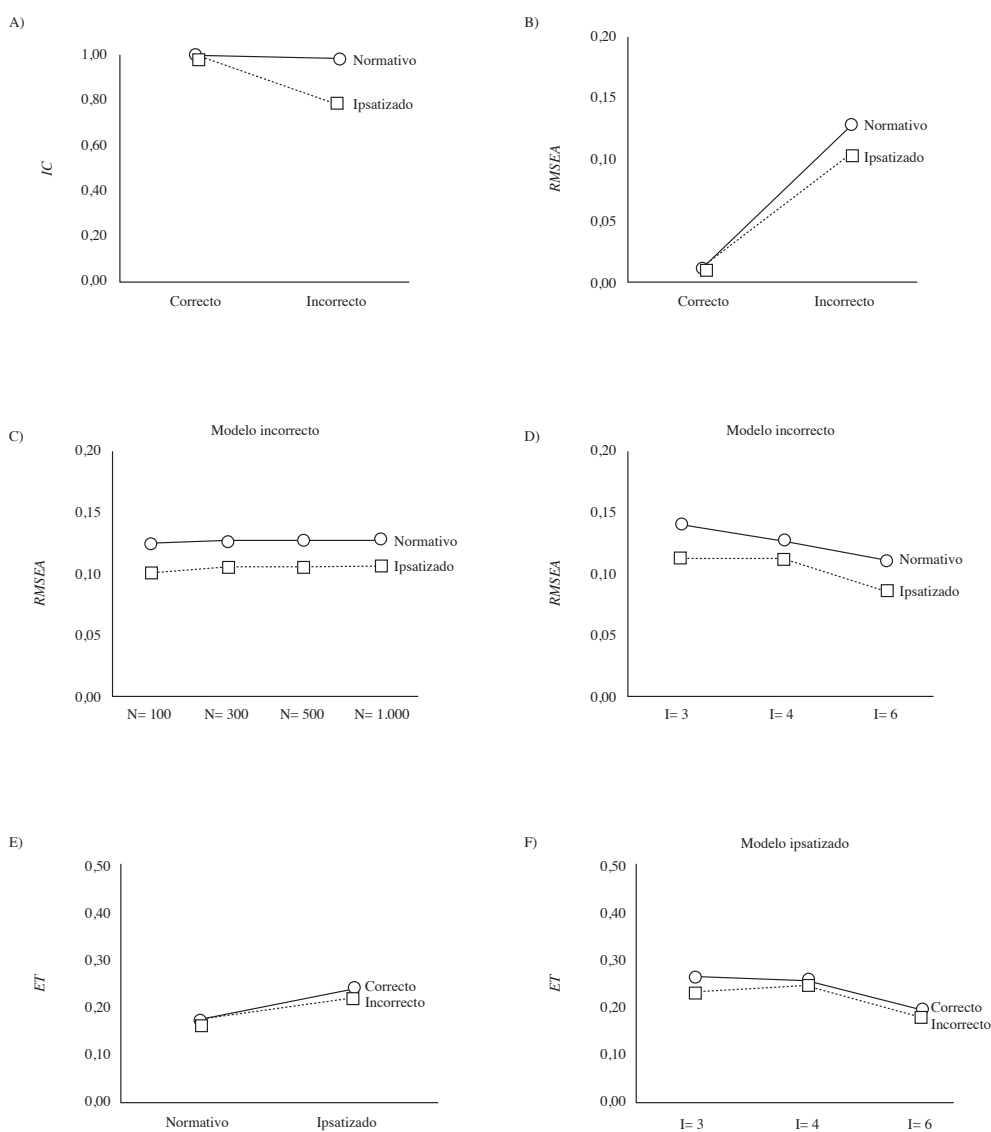


Figura 2. Representación gráfica de las interacciones dobles que produjeron un efecto

tuvieron valores próximos a 1,00, indicando que la potencia para detectar modelos incorrectos es adecuada tanto en los modelos con datos normativos como en los de datos ipsatizados.

Por último, y al igual que en el estudio de Chan y Bentler (1996), como cabía esperar, los errores típicos fueron mayores en los modelos con datos ipsatizados, aunque no hubo diferencias apreciables entre los modelos correctos e incorrectos (véase figuras 2E y 2F).

Discusión y conclusiones

En el presente trabajo se ha tratado de exponer de una forma sencilla y abreviada los procedimientos para factorizar datos ipsatizados, los cuales se utilizan con frecuencia en los tests de personalidad debido a que reducen el sesgo en la respuesta. Por ejemplo, el falseamiento de respuestas, un problema común particularmente en el ámbito de la selección de personal (Dalen, Stanton y Roberts, 2001).

Gran parte del trabajo se ha dedicado a explicar los procedimientos analíticos para implementar el análisis factorial de datos ipsatizados. Para ello, hemos sintetizado los trabajos de Chan (2003), Chan y Bentler (1993, 1996) y Cheung (2004, 2006). Uno de los problemas asociados a estos procedimientos es que, pese a estar planteados desde hace casi dos décadas, en la práctica no es frecuente encontrar trabajos en los que se implementen. La razón estriba en la dificultad para entender el planteamiento teórico y también en la complejidad en su implementación pues se requieren cálculos externos a los realizados con los clásicos software sobre modelos SEM. El método *DE* de Cheung (2004) simplifica estos cálculos pero tampoco se han encontrado trabajos publicados que lo implementen. Por tanto, uno de los primeros esfuerzos que debieran hacerse sería el de tratar de acercar estos procedimientos a los usuarios. Este trabajo pretende dar un primer paso hacia dicho objetivo.

Otro de los problemas asociados a esta temática es que existen pocos estudios teóricos que examinen las condiciones óptimas para la aplicación de la factorización de ítems ipsatizados que den recomendaciones prácticas a los investigadores sobre cómo deben diseñar sus estudios (por ejemplo, en términos de número de indicadores por factor, tamaño de la muestra, etc.) para poder llevar

a cabo la factorización de datos ipsatizados con ciertas garantías. Solamente hay un estudio de simulación publicado en la investigación previa (Chan y Bentler, 1996), cuyos resultados, como en cualquier estudio de simulación, no pueden generalizarse a condiciones diferentes a las del propio estudio.

El principal objetivo de este trabajo ha sido presentar los resultados de un nuevo estudio de simulación que, basándose en el diseño del estudio de Chan y Bentler (1996), ha tratado de analizar otras condiciones que no se habían estudiado con anterioridad. Más concretamente, modelos que incluyen un mayor número de variables y, en particular, modelos incorrectamente especificados, una condición que refleja de forma realista la práctica investigadora. Globalmente, los resultados del estudio han hallado efectos similares al estudio de Chan y Bentler (1996) en cuanto a los modelos correctos. Sin embargo, para los modelos incorrectos se ha encontrado que la recuperación de las saturaciones factoriales de los ítems ipsatizados es pobre, especialmente cuando el modelo incluye pocos indicadores por factor y el tamaño de la muestra es pequeño. Sin embargo, la bondad de ajuste, la potencia y los errores de estimación no se ven afectados. Por tanto, aquellos investigadores que ipsatizan sus datos como medida para prevenir el sesgo en la respuesta, deben saber que si sospechan que su modelo es incorrecto porque incluye un menor número de factores, como sucede en numerosas ocasiones por la búsqueda de la parsimonia de la solución factorial, la recuperación de las saturaciones factoriales teóricas será pobre; particularmente si se utilizan cuatro o menos indicadores por factor y si la muestra es pequeña.

Como en otros estudios, estas conclusiones no pueden generalizarse a otro tipo de modelos diferentes a los considerados aquí ni tampoco a otro tipo de datos ipsatizados (por ejemplo, multiplicativos y ordinales). Por tanto, futuros estudios deben continuar investigando las condiciones óptimas para la aplicación de los procedimientos de factorización de datos ipsatizados y, sobre todo, tratar de acercar estos procedimientos a los usuarios.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos CCG08-UAM/ESP-3951 de la Comunidad de Madrid y PSI2008-01685/PSIC del Ministerio de Ciencia e Innovación.

Referencias

- Aitchison, J. (1986). *The statistical analysis of compositional data*. New York: Chapman & Hall.
- Browne, M.W., y Cudeck, R. (1993). Alternative ways of assessing model fit. En K.A. Bollen y J.S. Long (Eds.), *Testing structural equation models* (pp. 136-162). Newbury Park, CA: Sage.
- Cattell, R.B. (1944). Psychological measurement: Normative, ipsative, interactive. *Psychological Review*, 51, 292-303.
- Chan, W. (2003). Analyzing ipsative data in psychological research. *Behaviormetrika*, 30, 99-121.
- Chan, W., y Bentler, P.M. (1993). Covariance structure analysis of ipsative data. *Sociological Method and Research*, 22, 214-247.
- Chan, W., y Bentler, P.M. (1996). Covariance structure analysis of partial additive ipsative data using restricted maximum likelihood estimation. *Multivariate Behavioral Research*, 31, 289-312.
- Cheung, M. (2004). A direct estimation method on analyzing ipsative data with Chan and Bentler's (1993) method. *Structural Equation Modeling*, 11, 217-243.
- Cheung, M. (2006). Recovering preipsative information from additive ipsatized data. *Educational and Psychological Measurement*, 66, 565-588.
- Clemens, W.V. (1966). An analytical and empirical examination of some properties of ipsative measures. *Psychometric Monographs*, 14.
- Dalen, L.H., Stanton, N.A., y Roberts, A.D. (2001). Faking personality questionnaires in personnel selection. *Journal of Management Development*, 20, 729-442.
- Dunlap, W.P., y Cornwell, J.M. (1994). Factor analysis of ipsative measures. *Multivariate Behavioral Research*, 29, 115-126.
- Fava, J.L., y Velicer, W.F. (1996). The effects of underextraction in factor and component analysis. *Educational and Psychological Measurement*, 56, 907-929.
- Gurwitz, P.M. (1987). Ipsative rescaling: An answer to the response set problem in segmentation analysis. *Journal of Advertising Research*, 33, 221-247.
- Hicks, L.E. (1970). Some properties of ipsative, normative, and forced-choice item measures. *Psychological Bulletin*, 74, 167-184.

- Jackson, D.J., y Alwin, D.F. (1980). The factor analysis of ipsative measures. *Sociological Method and Research*, 9, 218-238.
- Jöreskog, K.G., y Sörbom, D. (1981). *LISREL: Analysis of linear structural relationships by the method of maximum likelihood (version V)*. Chicago: National Educational Resources, Inc.
- Kolb, D.A. (1985). *The learning style inventory: Technical manual*. Boston: McBer.
- Loo, R. (1999). Issues in factor-analyzing ipsative measures: The learning style inventory (LSI-1985) example. *Journal of Business and Psychology*, 14, 149-154.
- MacCallum, R.C., Widaman, K.F., Preacher, K.J., y Hong, S. (2001). Sample size in factor analysis: The role of the model error. *Multivariate Behavioral Research*, 36, 611-637.
- Stark, S., Chernyshenko, O.S., Chan, K.Y., Lee, W.C., y Drasgow, F. (2001). Effects of the testing situation on item responding: Cause for concern. *Journal of Applied Psychology*, 86, 943-953.
- Tucker, L.R. (1951). A method for synthesis of factor analysis. *Personnel Research section Report, 984*. Washington D.C. Department of Army.
- Ximénez, C. (2009). Recovery of weak factor loadings in confirmatory factor analysis under conditions of model misspecification. *Behavior Research Methods*, 41, 1038-1052.