

COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN ALUMNOS CON Y SIN ÉXITO

Julio A. González-Pienda, José C. Núñez, Luis Álvarez Pérez,
Soledad González-Pumariega y Cristina Rocés Montero
Universidad de Oviedo

En una investigación sobre comprensión de problemas aritméticos con enunciados textuales, Hegarty et al. (1995) demostraron que los alumnos universitarios que no tienen éxito a la hora de resolver problemas basan su plan de solución en los números y palabras clave que seleccionan a partir del texto del problema (estrategia de traducción directa), mientras que los que tienen éxito construyen un modelo de la situación descrita en el problema y basan su plan de solución en este modelo (estrategia del modelo-problema). En este trabajo, se ofrece una replica de uno de sus experimentos, pero no con estudiantes universitarios, sino con alumnos del sexto curso de Educación Primaria y con unas pruebas más reducidas que las utilizadas por Hegarty y col. Los sujetos debían resolver problemas consistentes e inconsistentes, y después hacer tests de recuerdo y reconocimiento. Las predicciones sobre que alumnos con éxito harían menos errores semánticos y más errores literales que alumnos sin éxito en describir y reconocer los problemas han sido confirmadas sólo parcialmente.

Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful students. In an experiment with university students on comprehension of arithmetic word problems, Hegarty et al. (1995) demonstrated that unsuccessful problem solvers base their solution plan on numbers and keywords that they select from the problem (the direct translation strategy), whereas successful problem solvers construct a model of the situation described in the problem and base their solution plan on this model (the problem-model strategy). In this article, a replication of one of their experiments is presented. Here, however, Primary School students were involved and tests were less ample than the ones used by Hegarty and her colleagues. Subjects were asked to resolve consistent and inconsistent problems solvers, and then they had to score recall and recognition tests. Our predictions about the successful students would commit less semantic and more literal errors than unsuccessful problem solvers were partially confirmed.

En las investigaciones actuales sobre la intervención instruccional en el aprendizaje

de las matemáticas se distinguen dos líneas específicas de actuación: una centrada en el desarrollo de automatismos de cálculo y otra cuyo objetivo es la mejora de la capacidad de resolución de problemas. De manera que el ámbito de la resolución de problemas se está convirtiendo en un área de

Correspondencia: Julio A. González-Pienda
Departamento de Psicología
Universidad de Oviedo
Plaza Feijoo, s/n. 33007 Oviedo (Spain)
E-mail: julioag@correo.uiovi.es

gran interés para los investigadores que realizan estudios cognitivos sobre la resolución de problemas (Bideaud, Meljac y Fischer, 1992; Campbell, 1992; Mayer, 1992; Schoenfeld, 1994).

Durante más de veinte años, la resolución de problemas con enunciado de textos se ha convertido en un tema de gran interés para investigadores y educadores (Campbell, 1992; Lester, 1983). Este interés existe no sólo por su importancia teórica, sino también por las dificultades que muchos estudiantes tienen para resolver este tipo de problemas. La pregunta lógica es ¿por qué hay alumnos que solucionan bien problemas y otros no?. Para facilitar la respuesta a esta pregunta, hay que tener presente que muchos alumnos desde la etapa infantil hasta la edad adulta tienen dificultad para resolver problemas aritméticos que contienen afirmaciones relacionales, es decir, frases que expresan una relación numérica entre variables (De Corte, Verschaffel y Pauwels, 1990; González-Pienda, 1998; González-Pienda y Alvarez, 1998; Hegarty, Mayer y Green 1992; Hegarty, Mayer y Monk, 1995; Lewis y Mayer, 1987).

Cawley y Miller (1986) (citado por Parmar, Cawley y Frazita, 1996, pág. 414) han definido los problemas con enunciados textuales o de palabras como: «.. those items in which words and their structures create problems. To truly solve a word problem, the individual must analyze and interpret information as the basis for making selections and decisions ». Para resolver un problema se necesita pensar y analizar, no sólo fijarse en palabras como «menos» para restar o «más» para sumar (Carpenter et al., 1984). En resumen, es necesario comprender un problema aritmético con enunciados textuales.

Son varios los experimentos (Hegarty, Mayer y Green, 1992; Lewis, 1989; Lewis y Mayer, 1989) que han demostrado la importancia de la comprensión en la resolución de problemas con expresiones relacionales.

Concretamente, estos autores han realizado varias investigaciones con estudiantes universitarios que tenían que resolver estos problemas en forma consistente e inconsistente (Hegarty et al., 1995). Un ejemplo de un problema tipo inconsistente es: En Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Esto es 2 ptas menos que en Aldi. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi? Se denomina *forma inconsistente*, porque la palabra importante en la relación (en el ejemplo «menos») hace pensar directamente a una operación aritmética incorrecta (restar en vez de sumar). Al contrario, en un problema consistente sería: en Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Una barra de pan en Aldi cuesta 2 ptas más que en Alimerka. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi?, el término relacional «más» lleva directamente a la operación correcta (sumar). Es lo que se denomina *efecto de consistencia*. Un número significativo de los universitarios, a los que se podría considerar malos solucionadores de problemas, usa las operaciones aritméticas inadecuadas en los problemas inconsistentes, pero resuelven bien los problemas consistentes (Hegarty et al., 1995; Lewis y Mayer, 1997; Verschaffel et al., 1992). Lo que indica que los procesos de comprensión juegan un papel clave en la resolución de problemas. De hecho, autores que se ocupan de la capacidad de resolución de problemas (Hegarty et al., 1995; Montague y Applegate, 1993; Pericola, Harris y Graham, 1992; Van Lieshout, Jaspers y Landewé, 1994) observan que el bajo rendimiento de los alumnos, sobre todo, los que presentan algún tipo de dificultad en el aprendizaje de las matemáticas, está más relacionado con su incapacidad para comprender, representar los problemas y seleccionar las operaciones adecuadas, que con los errores de ejecución.

Desde un enfoque cognitivo, es útil distinguir entre los procesos utilizados para

construir la representación de un problema y los procesos que intervienen en su resolución. La investigación cognitiva pone el énfasis en los procesos de comprensión. Ello no significa que se quite importancia al papel crucial que tienen otras habilidades cognitivas implicadas en la resolución de problemas matemáticos (como los procedimientos de cálculo). El resaltar los problemas de comprensión se deriva de la evidencia de que la mayor parte de los alumnos con bajo rendimiento tienen más dificultad en construir una representación útil del problema que en realizar las operaciones necesarias para resolverlo. Parece ser que los alumnos que no tienen éxito a la hora de intentar resolver los problemas basan su plan de solución en números y palabras clave que seleccionan a partir de los datos que ofrece el problema.

Según Hegarty et al. (1992, 1995), hay dos tipos de enfoques para la comprensión de problemas matemáticos: un enfoque directo y un enfoque centrado en el significado basado en un modelo elaborado del problema. En el primer enfoque, denominado traducción directa o método rápido, el estudiante intenta seleccionar los números y los principales términos relacionales del problema, por ejemplo «más» o «menos». Después, basan su plan de resolución en estos, lo que implica combinar los números utilizando las operaciones aritméticas, que se derivan de la interpretación de las palabras relacionales (p.e., sumar si el término es «más» o restar si el término es «menos»). En la *estrategia de traducción directa* el sujeto trata de traducir directamente las proposiciones clave del enunciado del problema a una serie de operaciones que llevarán a la respuesta y no construye una representación cualitativa de la situación descrita en el problema.

En cambio, en el enfoque centrado en el significado, los buenos solucionadores de problemas intentan construir un modelo

mental de la situación que se describe en el problema y planifican su solución basándose en este modelo (*estrategia del modelo-problema*). El modelo del problema se diferencia del texto en que es una representación basada en el objeto y no una representación basada en la proposición. Este modelo mental se convierte después en la base de la construcción de un plan de solución.

El enfoque de traducción directa se ha denominado también «calcula primero y piensa después», «el método de la palabra clave» y «agarrarse a los números» (Littlefield y Rieser, 1993). Hegarty y colaboradores demuestran en sus experimentos que el método rápido es el método de los que no saben resolver problemas bien, mientras que el método del modelo-problema es usado por los que resuelven problemas con éxito. Ellos se refieren a los alumnos sin éxito en la resolución de problemas como los que cometen errores de inversión en los problemas inconsistentes, y a los alumnos con éxito como los que no cometen errores en los problemas inconsistentes.

En uno de sus experimentos, han investigado el modo en que universitarios con y sin éxito se acuerdan de los problemas que han resuelto. La idea en que se base este estudio es que los estudiantes con éxito, que no cometen errores de inversión, suelen acordarse mejor de la situación descrita en el problema, porque utilizan el método del modelo-problema. Las personas sin éxito suelen acordarse mejor de los términos relacionales por estrategia usada, el método rápido. Es decir, los alumnos con éxito se fijan más en el significado verdadero y menos en las palabras exactas del problema que los alumnos sin éxito. Y ciertamente, han demostrado que universitarios con éxito cometen menos errores de inversión, o sea errores semánticos, y más errores en la utilización de las palabras relacionales correctas, o sea errores literales, que los universitarios sin éxito en la resolución de problemas.

En esta investigación, se intenta replicar el experimento de Hegarty et al. (1995). Pero en vez de utilizar estudiantes universitarios como sujetos, la muestra está constituida por alumnos del sexto curso de Educación Primaria. La razón es que, en los experimentos de problemas consistentes e inconsistentes, se han utilizado sólo estudiantes universitarios (Hegarty et al., 1992; Lewis, 1989; Lewis y Mayer, 1987; Verschaffel et al., 1992; Hegarty et al., 1995). Parece útil investigar el modo en que los escolares comprenden los dos tipos de problemas. Estos niños se han encontrado y se encuentran muchas veces con el mismo tipo de problemas aritméticos de palabras. Es posible que comprendan problemas de otra manera, pero desde los mismos planteamientos teóricos es razonable suponer que se obtendrán los mismos resultados que para los estudiantes universitarios, ya que se supone que la teoría es válida para todos los alumnos que resuelven problemas aritméticos con enunciados textuales, independientemente de la edad.

En concreto, el objetivo de este trabajo es averiguar si *los alumnos del sexto curso con éxito se acuerdan mejor de la situación expresada en el problema y peor de los términos relacionales del problema, o sea, que cometen menos errores semánticos y más errores literales que los alumnos del sexto curso sin éxito en la resolución de problemas.*

Método

Sujetos

Participaron 86 alumnos (4 clases) del sexto curso de Educación Primaria de cuatro Colegios Públicos del Principado de Asturias. De ellos, 39 eran niños y 47 eran niñas, con una edad media de 11,6 años. Los sujetos que no cometieron errores en los dos problemas esenciales, eran clasificados como alumnos con éxito en la resolución de

problemas ($N = 38$). Los sujetos que hicieron al menos un error semántico, fueron clasificados como alumnos sin éxito ($N = 41$). Los participantes que hicieron otro tipo de error en los dos problemas esenciales, eran excluidos del análisis ($N = 7$). Los dos grupos no se diferenciaron significativamente en capacidad matemática, valorada por los alumnos mismos, $t(29) = 1.09$, $p > .10$. Las valoraciones eran clasificadas como (1) mal, (2) regular o (3) bien, con medias de 2,57 y 2,29 para alumnos con y sin éxito respectivamente. Los dos grupos sí se diferenciaron significativamente en interés por las matemáticas, $t(29) = 2,43$, $p < .05$. Las respuestas eran clasificadas como (1) desinterés, (2) indiferencia y (3) interés, con medias de 2,75 y 2,13 para alumnos con y sin éxito respectivamente.

Diseño

La forma del experimento era la misma que la del estudio de Hegarty et al. (1995); sin embargo, las pruebas utilizadas en el experimento eran menos amplias que los del estudio original. La prueba de Hegarty constaba de 12 problemas: 4 problemas consistentes /inconsistentes y 8 problemas restantes. La prueba tenía 4 versiones y en cada versión cada uno de los 4 problemas esenciales era presentado en distinta forma (consistente - más, consistente - menos; inconsistente - más, e inconsistente - menos). Después, los participantes hicieron un test de recuerdo y un test de reconocimiento. En este experimento, la prueba constaba de 5 problemas: 2 problemas inconsistentes y 3 problemas restantes. Los 2 problemas cambiaron de forma (de más a menos, y de menos a más) en las 2 versiones de la prueba. Después, se aplicó el test de recuerdo y el test de reconocimiento de los problemas inconsistentes. La razón para hacer la prueba menos amplia se debía a que los niños se cansan más rápido que los estudiantes uni-

versitarios al hacer los problemas. La versión original del experimento habría sido demasiado amplia para los alumnos del sexto curso de Educación Primaria.

Material

Todos los sujetos cumplieron un cuestionario en el que se recogían datos sobre la edad y el sexo del alumno, sobre el interés que el alumno tenía por las matemáti-

cas y sobre la capacidad matemática que el sujeto tenía que valorar de sí mismo. Estas preguntas formaban parte del cuestionario para tener información sobre la capacidad matemática percibida por el propio alumno y el interés por las matemáticas en la realización de la resolución de problemas.

El test de los problemas constaba de cinco hojas; en cada hoja un solo problema. Dos de las hojas contenían los problemas esenciales, las otras tres contenían los problemas restantes (ver Tabla 1 para todos los problemas).

Cuatro de los problemas eran formas adaptadas de los problemas utilizados en el experimento de Hegarty et al. (1995). El

Tabla 1

Versión 1 y 2 del test de los problemas a resolver

Resuelve el siguiente problema:

Recuerda: ¡Escribe en la hoja todas tus operaciones!

1. En el río Sella, Nacho coge 3 peces cada hora. Su amiga, Ana, coge 9 peces cada hora. ¿Cuántos peces habrán cogido juntos después de 4 horas pescando?
2. En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Esto es 50 ptas más que los trabajadores en Mc Donalds. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?
3. Ahora, Elena tiene 14 libros de la biblioteca en casa. Si devuelve 4 libros por semana y no lleva ningún libro nuevo, ¿cuántos libros tendrá dentro de 2 semanas?
4. Felipe iba en coche durante 6 horas a 45 kilómetros por hora y 2 horas a 35 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros recorrió?
5. En Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Esto es 2 ptas menos que en Aldi. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi?

Versión 2

Resuelve el siguiente problema:

Recuerda: ¡Escribe en la hoja todas tus operaciones!

1. Felipe iba en coche durante 6 horas a 45 kilómetros por hora y 2 horas a 35 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros recorrió?
2. En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Esto es 50 ptas menos que los trabajadores en Mc Donalds. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?
3. En el río Sella, Nacho coge 3 peces cada hora. Su amiga, Ana, coge 9 peces cada hora. ¿Cuántos peces habrán cogido juntos después de 4 horas pescando?
4. Ahora, Elena tiene 14 libros de la biblioteca en casa. Si devuelve 4 libros por semana y no lleva ningún libro nuevo, ¿cuántos libros tendrá dentro de 2 semanas?
5. En Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Esto es 2 ptas más que en Aldi. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi?

Tabla 2

Test de reconocimiento

Elige la solución verdadera y señala con una cruz:

Recuerda: ¡sólo puedes elegir una!

1. En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Los trabajadores en Mc Donalds ganan 50 ptas menos que los trabajadores en Tele Pizza. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?
2. En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Los trabajadores en Mc Donalds ganan 50 ptas más que los trabajadores en Tele Pizza. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?
3. En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Esto es 50 ptas menos que los trabajadores en Mc Donalds. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?
4. En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Esto es 50 ptas más que los trabajadores en Mc Donalds. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?

Elige la solución verdadera y señala con una cruz:

Recuerda: ¡sólo puedes elegir una!

1. En Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Una barra de pan en Aldi cuesta 2 ptas menos que en Alimerka. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi?
2. En Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Una barra de pan en Aldi cuesta 2 ptas más que en Alimerka. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi?
3. En Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Esto es 2 ptas menos que en Aldi. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi?
4. En Alimerka, una barra de pan cuesta 65 ptas. Esto es 2 ptas más que en Aldi. Si tienes que comprar 5 barras de pan, ¿cuánto pagarás en Aldi?

quinto, el de las barras de pan, no había sido usado anteriormente. En la primera y segunda versión, el segundo problema era el referido a los trabajadores, en la primera versión de forma inconsistente - más y, en la segunda versión, de forma inconsistente - menos. El quinto problema era el referido a las barras de pan, en la primera versión, de forma inconsistente - menos y, en la segunda versión, de forma inconsistente - más. La segunda versión tenía otro orden de los problemas restantes (ver Tabla 1), para que una resolución de una pregunta, anterior a un problema esencial, no podría influir constantemente en la resolución de ese problema esencial; es decir, para evitar los efectos del orden en el cual los problemas estaban presentados.

El test de recuerdo constaba de dos hojas en blanco, en las cuales el alumno tenía que escribir los problemas de los trabajadores y de las barras de pan. El test de reconocimiento constaba de dos hojas, cada una con cuatro versiones de los problemas esenciales: consistente - más, consistente - menos; inconsistente - más e inconsistente - menos (ver Tabla 2).

Procedimiento

Los tests se aplicaron en los cuatro centros durante las dos primeras horas de clase cuando los alumnos están descasados y con un alto nivel de atención. Cada alumno tenía que estar sentado separado. Primero, recibían el cuestionario y respondían a las preguntas. Después se presentaba el primer problema. Los alumnos tenían cuatro minutos para resolverlo. Luego, las hojas eran recogidas y se les presentaba el siguiente problema.

Después del test de la resolución de problemas, los sujetos tenían que describir el problema de los trabajadores y después el problema de la barra de pan. No había límite de tiempo. Finalmente, era presentado el test de reconocimiento: los alumnos reci-

bieron primero la hoja con las cuatro formas del problema de los trabajadores, después el problema de las barras de pan. La forma que elegían debían señalarla con una cruz. Aquí, tampoco había límite de tiempo. Después, las hojas eran recogidas y a los alumnos se les agradecía su participación.

Resultados

La resolución de los problemas esenciales fue valorada como correcta, si la respuesta numérica era correcta, e incorrecta, si la respuesta numérica era incorrecta. Las respuestas incorrectas eran clasificadas como errores de inversión, cuando el alumno usaba la operación incorrecta (p.e., sumar en vez de restar) y como errores restantes si el alumno cometía otro tipo de error. A continuación, se valoraron las respuestas en los tests de recuerdo y reconocimiento. La respuesta se consideraba como correcta, cuando el alumno describía o elegía el problema como estaba presentado, y se consideraba

Tabla 3

Ejemplo de respuestas marcadas en los tests de recuerdo y reconocimiento (Hegarty, Mayer y Monk, 1995)

Presentación correcta:

En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Esto es 50 ptas más que los trabajadores en Mc Donalds. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?

Error semántico:

En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Esto es 50 ptas menos que los trabajadores en Mc Donalds. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?

Error semántico:

En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Los trabajadores en Mc Donalds ganan 50 ptas más que los trabajadores en Tele Pizza. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?

Error literal:

En Tele Pizza, los trabajadores ganan 650 ptas por hora. Los trabajadores en Mc Donalds ganan 50 ptas menos que los trabajadores en Tele Pizza. Si trabajas 8 horas, ¿cuánto ganarás en Mc Donalds?

que había un error semántico cuando el alumno redactaba un problema o lo marcaba en el test de reconocimiento y la relación entre los términos era la inversa que en el problema (p.e., acordarse que una barra de pan en Alimerka cuesta más que en Aldi, cuando el problema dice que una barra de pan en Alimerka cuesta menos que en Aldi), y como error literal si el alumno describía o elegía la relación correcta, pero con cambio del termino relacional (p.e., una barra de pan en Aldi cuesta 2 ptas *más* que en Alimerka, cuando el problema dice «una barra de pan en Alimerka cuesta 2 ptas. *menos* que en Aldi»). La Tabla 3 muestra ejemplos de los distintos tipos de errores.

Para cada sujeto se calculó el resultado de los errores semánticos, sumando estos errores en los 2 ítems del test de recuerdo y en los 2 ítems del test de reconocimiento, y

dividiendo el resultado por 2. El resultado expresaba la proporción del número total de los problemas. De la misma manera, era calculado el resultado de los errores literales, también como porcentaje del numero total de los problemas.

¿Difieren los alumnos con éxito de los que no lo tienen en el recuerdo del significado y en su recuerdo de las palabras literales o exactas?

En la Figura 1, están representadas las proporciones de los errores semánticos y literales de alumnos con y sin éxito en la resolución de problemas en el test de recuerdo.

En la Figura 2, se representan las proporciones de los dos tipos de errores en el test de reconocimiento. Para los análisis se utilizó como resultado las sumas de los errores semánticos y literales en los dos tests.

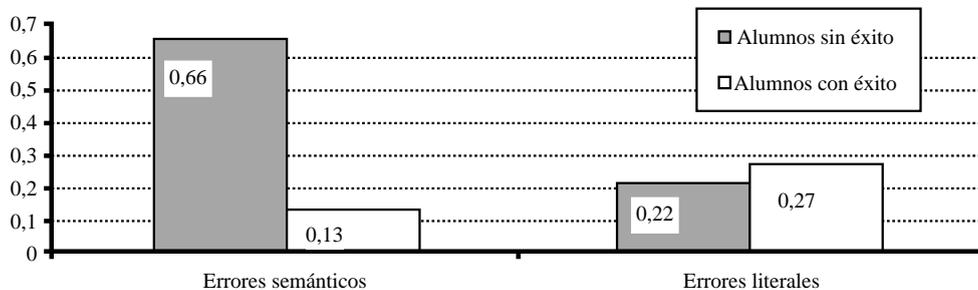


Figura 1. Porcentaje medio de errores semánticos y literales en el test de recuerdo por alumnos con y sin éxito en la resolución de problemas

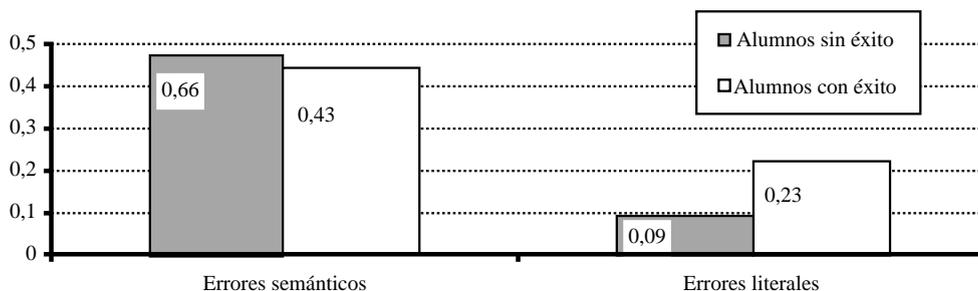


Figura 2. Porcentaje medio de errores semánticos y literales en el test de reconocimiento por alumnos con y sin éxito en la resolución de problemas

El objetivo era comparar cómo ambos grupos de alumnos recordaban las historias de los problemas que habían resuelto. Nuestra predicción era que los alumnos con éxito (buenos solucionadores de problemas) recordarían mejor la situación descrita en el problema y peor los términos relacionales, debido a la estrategia de codificación que emplean (modelo- problema), mientras que los alumnos sin éxito (malos solucionadores de problemas) recordarían mejor las palabras clave («más», «menos»..), es decir, cometerían más errores semánticos y menos errores literales, por la estrategia de traducción directa que emplean.

Para verificar o no estas hipótesis, se compararon primero los resultados de los alumnos con y sin éxito en los tests de recuerdo y reconocimiento en conjunto. Como estaba previsto, los alumnos con éxito cometieron significativamente menos errores semánticos que los alumnos sin éxito, $t(29) = 3,02$, $p < .005$. Pero el grupo sin éxito no cometió significativamente menos errores literales que el grupo con éxito, $t(29) = 0,97$, $p > .10$.

En los dos análisis por separado del test de recuerdo y del test de reconocimiento, aparecieron los siguientes resultados. En el test de recuerdo, como estaba previsto, los alumnos sin éxito cometieron significativamente más errores semánticos ($M=1,31$) que los alumnos con éxito ($M=0,27$), $t(29) = 6,21$, $p < .0001$. Pero en el test de reconocimiento, los dos grupos no se diferenciaron significativamente en la cantidad de errores semánticos, $t(29) = 0,26$, $p > .10$ ($M=0,87$ de los alumnos con éxito, $M=0,94$ de los alumnos sin éxito). Para los errores literales, los resultados también eran distintos en los dos tests. Los alumnos sin éxito son más sensibles a la situación descrita en el problema. En el test de recuerdo, los alumnos con éxito y los alumnos sin éxito no se diferenciaron significativamente por el número de errores literales cometidos, $t(29) = 0,42$,

$p > .10$ ($M=0,53$ del grupo con éxito, $M=0,44$ del grupo sin éxito). Al contrario, en el test de reconocimiento, los alumnos con éxito sí que cometieron significativamente más errores literales ($M=0,47$) que los alumnos sin éxito ($M=0,19$), $t(29) = 1,43$, $p < .10$.

Discusión

En esta investigación, se intentó replicar el experimento de Hegarty et al. (1995), en este caso, con alumnos del sexto curso de Educación Primaria, y con unas pruebas menos amplias. Los resultados que señalaban que los alumnos con éxito en la resolución de problemas se acuerdan mejor de la situación expresada en el problema, y los alumnos sin éxito mejor del término específico relacional, han sido confirmados sólo parcialmente en nuestro trabajo.

Los sujetos con éxito tienden más que los otros a recordar la situación descrita en el problema. Esto refuerza la idea de que estos alumnos tienden más a construir una representación significativa del problema, mientras que los alumnos sin éxito se centran más en las palabras clave y en los números. En el test de recuerdo, el grupo sin éxito hizo significativamente más errores semánticos que el grupo con éxito. Sin embargo, en el test de reconocimiento ambos grupos cometieron la misma cantidad de errores semánticos. El primer resultado es coincidente con el del experimento original; de este modo, se confirmaba la primera parte de la hipótesis. Los alumnos se confunden rápidamente cuando tienen que elegir entre cuatro frases que son tan parecidas. Esto podría ser la razón por la cual los estudiantes con éxito cometieron más errores semánticos en el test de reconocimiento que en el test de recuerdo. También se podría decir que el número de problemas que los sujetos tenían que resolver era pequeña, así que podrían reconocer los ítems más fácilmente que después de un test más

amplio como en el experimento de Hegarty et al. (1995). Al menos, puede ser que parte de los niños sin éxito podría reconocer bien las construcciones de las frases, y ya que, según la teoría, ellos se fijan más y se acuerdan mejor de los términos relacionales, al final cometen menos errores semánticos que en el test de recuerdo.

El resultado de que el grupo sin éxito cometió significativamente menos errores literales que el grupo con éxito en el test de reconocimiento confirma esta teoría y la segunda parte de la hipótesis. Sin embargo, estos grupos no se diferenciaron significativamente en la cantidad de errores literales cometidos en sus descripciones de los problemas. Esto contradice claramente la comprobación anterior, aunque podría ser causado por la mayor dificultad que tienen los niños, más que los estudiantes universitarios, para describir el problema en forma inconsistente.

Es posible que estos resultados se expliquen por las características de experimento mismo: por usar pocos ítems, y por la dificultad del test de reconocimiento. Pero también puede ser, como ya afirmaron Hegarty et al. (1995), que, aunque hay evidencia de que ambos grupos de sujetos tienden a usar procesos de comprensión cualitativamente diferentes, sería incorrecto sacar la conclusión de que cada uno de estos grupos de sujetos utilizan una determinada estrategia para todos los problemas. La selección de la estrategia depende en gran medida de factores individuales y situacionales. Todo lo que se podría decir es que ambos grupos difieren en su tendencia a utilizar una determinada estrategia.

Este estudio se ha centrado en la resolución de problemas de comparación, pero los temas tratados se pueden utilizar para explicar las diferencias en la forma de solucionar otro tipo de problemas matemáticos. Por ejemplo, Reed (1993) encontró errores de conversión en problemas de movimiento en

estudiantes a los que se pidió que comparasen dos velocidades. Los estudiantes tendían a sumar números cuando se les pedía que calcularan la velocidad más rápida y a restarlos cuando se les pedía que calcularan la velocidad más lenta. Los resultados de Reed sugieren que la estrategia de la traducción directa puede estar más extendida de lo que ha revelado los sencillos problemas de este trabajo. La estrategia directa puede explicar también el hecho de que algunos alumnos tienen menos éxito que otros al no diferenciar la información relevante de la irrelevante en los problemas (Littlefield y Rieser, 1993; Low y Over, 1990) y no utilizar estrategias eficaces. No obstante, se necesita más investigación, más experimentos con otros diseños para estudiar bien cómo y cuándo los alumnos, con distintos niveles de competencia en resolver problemas, utilizan los dos (o más) métodos para la comprensión de problemas.

Además de estos resultados también se comprobó que los niños con éxito tienen más interés por las matemáticas que los niños sin éxito. Esto no parece nada de extraño, y da pie a pensar que es más probable que un niño, que le gustan las matemáticas, hace un modelo mental del problema más efectivo que un niño que no tiene interés por la asignatura. Estos resultados con coincidentes con otros trabajos sobre el autoconcepto en niños con y sin dificultades en el aprendizaje (Núñez, González-Pumariega y González-Pianda, 1995; González-Pianda, Núñez y González-Pumariega, 1997). De todos modos, parece necesario que la instrucción de los alumnos en la enseñanza de las matemáticas no sólo aprenden a fijarse en los términos relacionales, aunque les puede ayudar resolver muchos problemas (consistentes), sino que resulta imprescindible hacer una representación mental de la situación. Si aprenden hacer un modelo mental como una estrategia útil para aplicar, también los alumnos a los que no les gustan

las matemáticas, sabrán comprender bien los distintos tipos de problemas aritméticos de palabras.

Estos resultados conllevan algunas implicaciones educativas útiles, ya que muestran que los alumnos sin éxito no cambian hacia una estrategia basada en el significado con la práctica sola, necesitan además de una instrucción en la que explícitamente se oriente al cambio. Es decir, se le entrene en estrategias tanto cognitivas como metacognitivas para utilizar competentemente a la hora de abordar los problemas de una manera significativa (Núñez et al., 1998). Desafortunadamente, la estrategia de traduc-

ción directa puede ser efectiva para muchos de los problemas que se les pide a los alumnos para que resuelvan en el contexto escolar, por eso no desarrollan el enfoque del modelo-problema y después continúan sin utilizarlo cuando son adultos. Por ello, un primer paso en la instrucción en estrategias de comprensión es presentar a los alumnos problemas que les ayuden a comprobar que la traducción directa no funciona en el caso de algunos problemas. Un segundo paso de la instrucción consistiría en proporcionar experiencias en un método que enfatice la comprensión de la situación descrita en el problema.

Referencias

- Bideaud, J., Meljac, C. y Fischer, J.P. (1992). *Pathways to number*. Hillsdale, NJ:LEA.
- Campbell, J. I. D. (Ed.). (1992). *The nature and origins of mathematical skilly*. Amsterdam:Elsevier Science Publishers.
- Carpenter, T.P., Matthews, W., Linnquist, M.M. y Silver, E.A. (1994). Achievement in mathematics: Results from the national assessment. *Elementary School Journal* 84, 485-495
- De Corte, E. (1993). La mejora de habilidades de resolución de problemas matemáticos : hacia un modelo de intervención basado en la investigación. E. J. Beltrán et al.(Eds.): *Intervención psicopedagógica*. Madrid: Pirámide. pp. 145-168.
- De Corte, E., Verschaffel, L. y Pauwels, A. (1990). Influence of the semantic structure of word problems on second graders' eye movements. *Journal of Educational Psychology*, 82, 359-365.
- González-Pienda, J.A., Núñez, J.C. y González-Pumariega, S. (1997). Autoconcepto, autoestima y aprendizaje escolar. *Psicothema*, 9 (2),271-289.
- González-Pienda, J.A. (1998). Matemáticas. En Santiuste, B. y Beltrán, J. (Coord.): *Dificultades de aprendizaje*. Madrid: Síntesis
- González-Pienda, J.A. y Alvarez, L.(1998). Dificultades específicas relacionadas con las matemáticas. En J.A. González-Pienda y J.C. Núñez Pérez (Coord.). *Dificultades del aprendizaje escolar*. Madrid: Pirámide, 315-340.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., y Green, C. E. (1992). Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixations. *Journal of Educational Psychology*, 84, 76-84.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., y Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful problems solvers, *Journal of Educational Psychology*, 87,18-32.
- Lester, F. K., Jr. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. En R. Lesh & M. Landau (Eds.): *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 229-261). New York: Academic Press.
- Lewis, A.B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal Educational Psychology*, 81, 521-531.
- Lewis, A. B., y Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79, 363-371.
- Littlefield, J y Rieser, R.E. (1993). Semantic features of similarity and children's strategies for identification of relevant information in mathematical story problems. *Cognition & Instruction*, 11, 133-188.

Low, R. y Over, R. (1990). Text editing of algebraic word problems. *Australian Journal of Psychology*, 42, 63-73.

Littefield, J. y Rieser, J.J. (1993): Semantic features of similarity and children's strategies for identification of relevant information in mathematics story problems. *Cognition & Instruction*, 11, 133-188.

Mayer, E.R. (1987). *Educational psychology*. Boston: Little Brown.

Mayer, R.E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman.

Montague, M. y Applegate, B. (1993). Mathematical problem solving characteristics of middle school students with learning difficulties. *The Journal of Special Education*, 7, 175-201.

Núñez, J.C., Gonzalez-Pumariaga, S. y González-Pienda, J.A. (1995): Autoconcepto en niños con y sin dificultades de aprendizaje. *Psicothema*, 7 (3), 585-604.

Núñez, J.C., González-Pienda, J.A., García, M., González-Pumariaga, S., Rocés, C., Alvarez, L. y González Torres (1998). Estrategias de aprendizaje, autoconcepto y rendimiento académico. *Psicothema*, 10(1), 97-109.

Parmar, R. S., Cawley, J. F., y Frazita, R. R. (1996). Word problem-solving by students with and without mild disabilities. *Exceptional children*, 62, 415-429.

Pericola, L., Harris, K. y Graham, S. (1992). Improving the mathematical problem-solving

skills of students with learning disabilities: Self-regulated strategy development. *The Journal of Special Education*, 26, 1-1-19.

Reed, S.K. (1993): Imagery and discovery. En B. Roskos-Ewoldson, M.J. Intons-Peterson y R.E. Anderson (Eds.) *Imagery, creativity, and discovery*. Amsterdam: North-Holland.

Shoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically : problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. Grouws (ed). *Handbook o Research on Mathematics Learning and Teaching* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Schoenfeld, A. H. (Eds.) (1994). *Mathematics thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: LEA.

Stigler, J.W., Lee, S. y Stevenson, H.W. (1995): Mathematical knowledge of Japanese, Chinese and American elementary school children. V.A: National Council of Teachers of Mathematics.

Swartz, R. y Perkins, D. (1990). *Teaching thinking: Issues and approaches*. Pacific Grove, CA: Midwest Publications.

Verschaffel, L., de Corte, E. y Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewin and Mayers's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, 84, 85-94.

Aceptado el 16 de marzo de 1999

VI Congreso Latinoamericano de Neuropsicología

Varadero, Cuba del 17 al 20 de Octubre

Más información:

Dra. María Antonieta Bobes León

VI Congreso Latinoamericano de Neuropsicología

Centro de Neurociencias de Cuba

Centro Nacional de Investigaciones Científicas

Ave 25 y 158, Cubanacán, Playa, Cuba

POB 6880, 6990

Ciudad de La Habana, Cuba

E-mail:

Congreso@cneuro.edu.cu

Fax:

(53-7) 33-6321, (53-7) 33-6707

Sitios Web: <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Hangar/2229>

<http://www.neuropsi.cubaweb.cu>